УДК 514.112+371.315(045)

ШИРИКОВА Татьяна Сергеевна, *аспирант кафедры методики преподавания математики Института математики и компьютерных наук Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова, заместитель директора по учебно-воспитательной работе, учитель математики МОУ «Открытая (сменная) общеобразовательная школа». Автор 3 научных публикаций*

ПРОБЛЕМА СБЛИЖЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ С ПЕРЕДОВЫМИ РУБЕЖАМИ НАУКИ

В статье представлены результаты теоретического исследования автора: описание исторических этапов развития проблемы сближения школьного курса математики с передовыми рубежами науки, характеристика ее современного состояния и предложения автора по ее решению применительно к обучению геометрии. Основу предлагаемых автором нововведений составляет идея включения в систему методов обучения геометрии компьютерного эксперимента, а также значительное уменьшение доли неалгоритмических доказательств теорем в школьных учебниках.

Ключевые слова*: методика обучения математике в школе, геометрия, методика работы с теоремой, компьютерный эксперимент, интерактивная геометрическая среда.*

Проблема сближения содержания курса математики общеобразовательной средней школы с передовыми рубежами науки остро обсуждается в настоящее время. Это связано с резким повышением и изменением роли математических методов в структуре научной деятельности, т. е. с математизацией технического и гуманитарного научного знания. Человечество сегодня как никогда осознало, что знание делается точным только тогда, когда для его описания удается использовать математическую модель.

Исследуемые современной наукой математические модели столь сложны и опираются на такое большое количество информации, что оно не может больше осуществляться без привлечения компьютерной техники. Это привело не только к развитию принципиально новых направлений математики, основанных на интеграции математики с информатикой[1], но и существенно поменяло лицо классической (непрерывной) математики. Об этом говорил ректор МГУ профессор В.А. Садовничий на Всероссийском съезде учителей математики: «В непрерывной геометрии, оказывается, существенно возрос процент использования компьютеров. Это привело к новому явлению – задачи, ранее не решавшиеся в непрерывной геометрии “формульно-точно”, стали исследо-

Таблица 1

ИСТОРИЧЕСКИЕ ЭТАПЫ ПОСТАНОВКИ И РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ СБЛИЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ С ПЕРЕДОВЫМИ РУБЕЖАМИ НАУКИ

<table>
<tr><th>Изменения в математической науке, явившиеся причинами образовательной реформы</th><th>Идеи реформирования математического образования</th></tr>
<tr><td colspan="2">1. Клейневская реформа (начало 20 века)</td></tr>
<tr><td>Математическая наука XIX века развивалась гигантскими шагами, а школьные программы почти не менялись. Поэтому основной причиной явилось широко распространившееся недовольство тем, что школьный курс математики морально устарел.
Разработаны и положены в основу математики новые концепции:
– теория множеств – основа всей математики,
– математические структуры – предмет изучения специальных разделов математики</td><td>Проведение функциональной зависимости «красной нитью» через весь школьный курс математики. Включение в содержание школьного курса элементов математического анализа, аналитической геометрии, теории вероятностей и статистики</td></tr>
<tr><td colspan="2">В период клейновской реформы решение проблемы виделось в обновлении содержания обучения математике</td></tr>
<tr><td colspan="2">2. Колмогоровская реформа (1964–1978 годы)</td></tr>
<tr><td>Изменение научных представлений о предмете математики (предметом являются не количественные свойства и пространственные отношения объектов реального мира, а математические структуры). Общественное признание строгости аксиоматического метода построения математической теории</td><td>Кардинальное изменение подхода к построению школьного курса математики. Развертывание его содержания должно было начинаться с изложения элементов теории множеств и математической логики, а затем развиваться по правилам, задаваемым аксиоматическим методом</td></tr>
<tr><td colspan="2">В период колмогоровской реформы решение проблемы виделось в изменении методов изложения содержания обучения математике</td></tr>
</table>

ваться сегодня “компьютерно”, т. е. приближенно, а затем на этой основе часто удается сделать строго математически доказанные выводы»[2].

В ряде случаев компьютерная проверка является единственно возможным способом обоснования истинности формулируемых математиками утверждений. Ярким примером такой ситуации является всем известная проблема «четырех красок».

Представленные изменения в деятельности ученых-математиков столь существенны, что не могут игнорироваться методикой обучения математики. Перед методической наукой этими изменениями вновь поставлена задача сближения математического образования с передовыми рубежами науки.

В истории математического образования эта проблема поднималась уже неоднократно (см. *табл. 1*).

Представленные в *табл. 1* данные показывают, что способы решения проблемы сближения математического образования с передовыми рубежами науки постепенно переходят из содержательной плоскости в процессуальную. В частности, изменение научных представлений о строгости математических доказательств и роли компьютерных средств в открытии математических фактов требуют изменения привычной нам методики работы с теоремой.

Благоприятствуют этим изменениям не только новые требования к информационно-образовательной среде, которая «…должна обеспечивать: информационно-методическую поддержку образовательного процесса…» (проект ФГОС третьего поколения), но и появление специализированного программного обеспечения (GeoGebra, GeoNext, Живая геометрия, пакет «Динамические геометрические

Таблица 2

НАПРАВЛЕНИЯ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ МЕТОДИЧЕСКОЙ СХЕМЫ РАБОТЫ С ТЕОРЕМОЙ

№	Этапы работы с теоремой	Требуемые изменения
1	Мотивация изучения теоремы	Без изменений
2	Ознакомление с фактом, отраженным в теореме	Подведение учащихся к формулировке гипотезы, сходной по содержанию с фактом теоремы, средствами компьютерного эксперимента
3	Освоение содержания теоремы	Включение учащихся в деятельность компьютерной проверки выдвинутой гипотезы и уточнения выявленной закономерности (конструктивное доказательство)
4	Мотивация необходимости доказательства теоремы	Обоснование необходимости подкрепления результатов компьютерной проверки логическим доказательством
5	Подготовка к восприятию доказательства теоремы	Оценка возможности преобразования программы конструктивного доказательства в план логического доказательства. Поиск идеи логического доказательства
6	Ознакомление с доказательством теоремы	Реализация идеи логического доказательства
7	Усвоение способа доказательства теоремы	Компьютерное и/или логическое доказательство
8.	Подготовка теоремы и способа ее доказательства к применению	Проведение дополнительно работы по оценке значимости новых конструктивных процедур, использованных при конструктивном доказательстве теоремы, а также тех, которые могут быть получены с опорой на факт теоремы
9	Обучение применению теоремы	Включение в систему тренировочных упражнений задач, решаемых в ИГС с использованием новых конструктивных процедур

системы DGS», предметно-ориентированной инструментальной среды «The Geometer's Skecthpad» и др.), позволяющего внедрять в практику обучения математике интерактивные образовательные технологии. Обучение геометрии в интерактивной геометрической среде может быть представлено как процесс поэтапного овладения не только новыми геометрическими знаниями, но и современными подходами к геометрической деятельности в ходе целенаправленной управляемой самостоятельной работы учащихся по решению учебно-исследовательских задач средствами ИГС.

Проецируя эти представления на методику работы с теоремой, внесем следующие изменения в привычную методическую схему (см. *табл. 2*).

Содержание *табл. 2* показывает, что изменения касаются практически всех этапов методики работы с теоремой. Для демонстрации существенности этих изменений рассмотрим некоторые из них на примере теоремы о сумме углов треугольника.

Так, например, традиционной формой работы учащихся на этапе ознакомления с фактом, отраженным в теореме, является коллективный эксперимент, в основе которого измерение углов треугольника с помощью транспортира с последующими вычислениями и сопоставлением результатов. ИГС позволяет значительно ускорить эту работу и сделать исследование индивидуальным и более естественным с точки зрения логики открытия изучаемого факта. Отправной точкой включения учащихся в исследовательскую деятельность может выступать следующая задача: «В равнобедренном треугольнике ABC (AC – основание) $\angle$B=400. Найти значения остальных углов». Ее решение средствами ИГС естественным образом приводит учащихся к проблеме единства полученного результата. Решение этой проблемы, выводящее учащихся на открытие теоремы о сумме углов треугольника, может осуществляться по следующему плану.

План исследования:

1. Задайте изменение треугольника ABC, сохраняющее его вид и меняющее значение угла при его вершине. Для этого удобно заготовить динамический чертеж, допускающий перемещение точки B по высоте BH (см. *рис. 1)*.

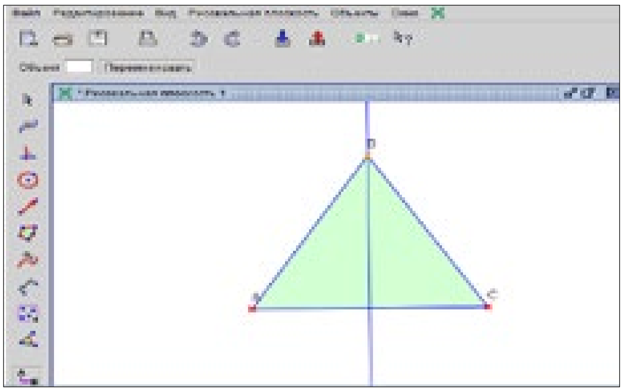

Рис. 1

2. Следите за значениями величин углов A и C при изменении треугольника ABC. Сделайте вывод о существовании или отсутствии зависимости между значениями углов A, C и B. Если зависимость существует, то придумайте, как ее можно использовать для решения задачи без компьютера.

3. Для компьютерной проверки придуманной Вами формулы нахождения значений углов A и C по значению дополните динамический чертеж динамической формулой вычисления A и C через B, а также сопоставлением результата вычисления с непосредственным измерением углов (см. *рис. 2*).

4. Следите за нарушением или сохранением равенства между результатами вычислений и измерений. Сделайте вывод о справедливости или несправедливости придуманной Вами формулы. Если формула справедлива, то придумайте, как ее можно обобщить для выражения одних углов через другие в произвольном треугольнике.

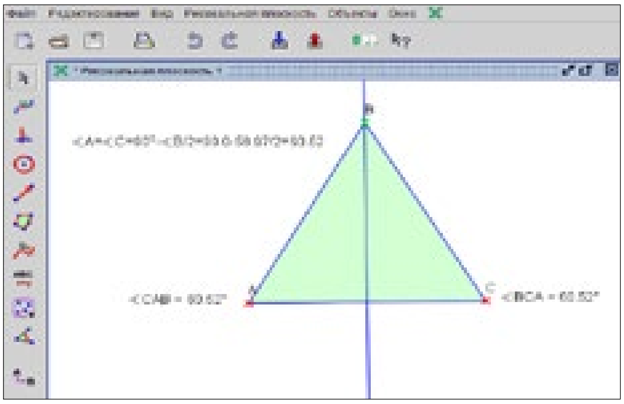

Рис. 2

5. Для компьютерной проверки обобщенной формулы задайте изменение треугольника ABC, при котором меняется его вид, а на чертеже отражаются не только результаты измерения его углов, но и вычисления (см. *рис. 3*).

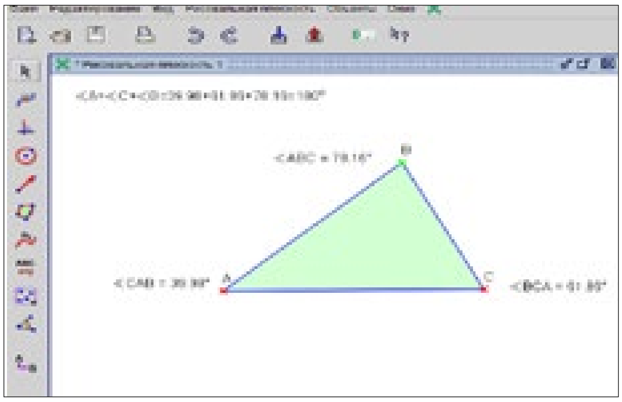

Рис. 3

Приведенный пример исследовательской работы учащихся в ИГС показывает, что неточность измерений, традиционно используемая учителем для мотивации необходимости логического доказательства, здесь отсутствует (компьютерные измерения могут быть выполнены с практически любой наперед заданной степенью точности). Кроме того, само логическое доказательство, осуществляемое с компьютерной поддержкой, становится весьма простым и наглядным (см. *рис. 4, 5*).

Приведенные примеры показывают, что привлечение компьютерных средств к процессу

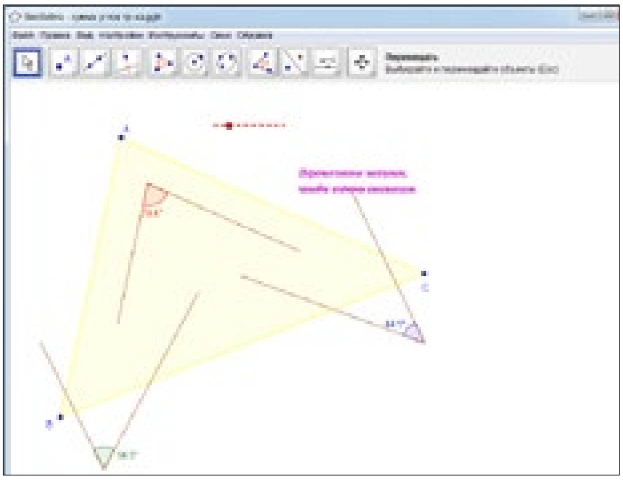

Рис. 4

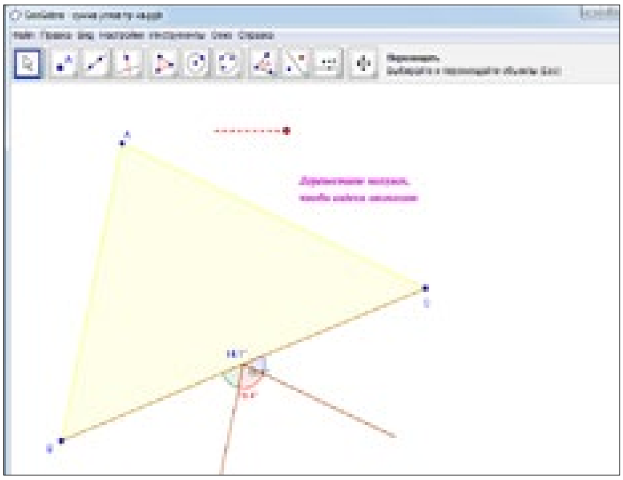

Рис. 5

обучения геометрии выводит на первый план эмпирические методы обучения математике, особое место среди которых занимает компьютерный эксперимент. Кроме того требуют пересмотра реализованные в действующих учебниках подходы к мотивации изучению теорем и изложению способов их доказательств.

Примечания

[1] *Бабкин А.А.* Фракталы как новые математические объекты для изучения студентами педколледжа через интегративный курс «Элементы фрактальной геометрии» // Вестн. Помор. ун-та. Сер.: Физиол. и психол.-пед. науки. 2006. № 3. С. 191–195.

[2] *Садовничий В.А.* О математике и ее преподавании в школе: докл. на Всероссийском съезде учителей математики, Москва, 28 октября 2010 года. М., 2010. С. 10.

Shirikova Tatiana Sergeevna

Municipal Educational Institution «Open (Sessional) Secondary School»

THE PROBLEM OF CONVERGENCE OF SCHOOL COURSE IN MATHEMATICS WITH THE MILEPOSTS OF SCIENCE

The article presents the description of historical stages of development of the problem of convergence of school course in mathematics with the mileposts of science, characteristics of its current status and the author’s suggestions for solving this problem with reference to teaching geometry. The basis for the proposed innovations is the idea of including computer experiment in the methods of teaching geometry, as well a considerable reduction in amount of non-algorithmic proofs of theorems in school textbooks.

Key words: *methods of teaching mathematics at school, geometry, computer experiment, interactive geometry environment.*

Контактная информация:

e-mail: tshirikova@mail.ru

Рецензент – *Ширшов Е.В.,* доктор педагогических наук, профессор кафедры менеджмента Гуманитарного института филиала Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова в г. Северодвинске